第一章：传输线理论

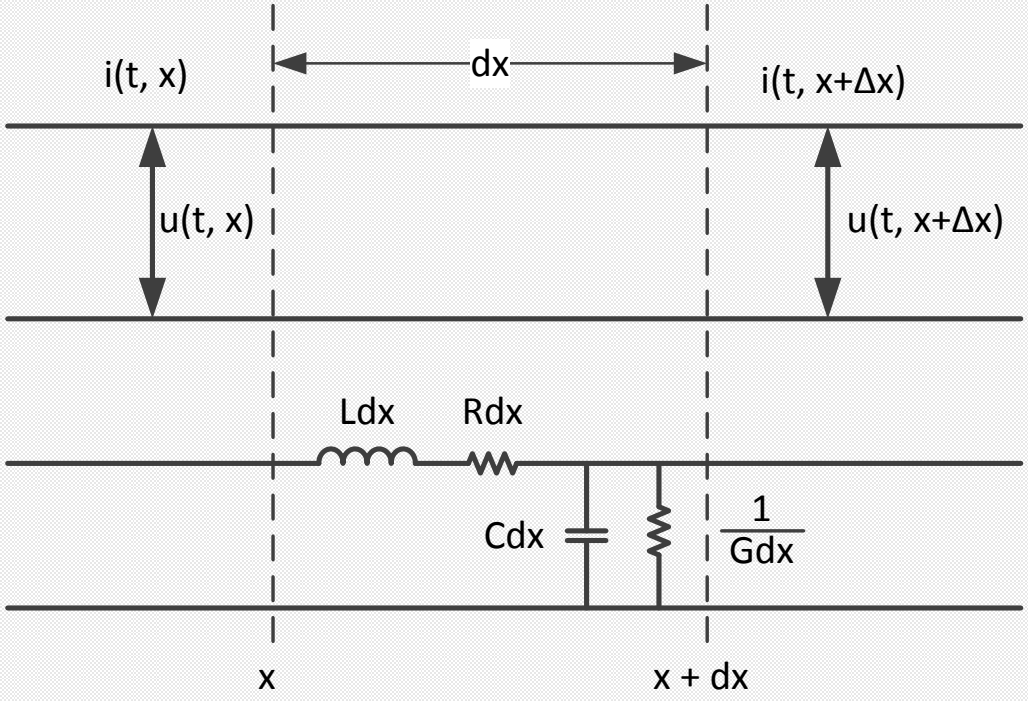
- 典型的分布参数系统
  - 电信号沿传输线的传播规律
  - 有限长无损耗传输线方程解的物理意义
  - 传输线物理解的直观获得
  - 信号在传输线上的多次反射过程
  - 信号反射现象的利用
- 传输线一些情形分析
  - 末端未匹配传输线
  - 信号线中间有电容负载
  - 等间隔分布的电容负载
  - 末端电容负载对信号上升时间的影响
- 传输线匹配技术
  - 逻辑电路中长线的划分
  - 终端匹配
  - 源端匹配
  - 中间匹配
  - 末端匹配的交流偏置
  - 二极管钳位终端
  - 有源匹配

传输线：典型的分布参数系统

- 集总参数网络
  - 网络元件是集总参数元件，即元件参数集中在一点上。网络信号变量仅是时间函数，行为描述方程仅是线性常微分方程
- 分布参数网络
  - 除集总参数元件外，还有沿空间分布的元件。网络信号是时间和空间坐标的函数，行为描述方程为线性偏微分方程
- 传输线：
  - 必须考虑传输延迟的连接线。平行导线、双绞线、同轴电缆等
  - 长线的每一段都有分布电容、电感和电阻。通常用单位长度上的电感L、电容C，以及电阻R，电导G表示。这些参数由传输线的几何结构和绝缘介质的特性所决定。

电信号沿传输线的传播规律（1）

- 以平行双线为例推导传输线上电压电流变化规律-电报方程

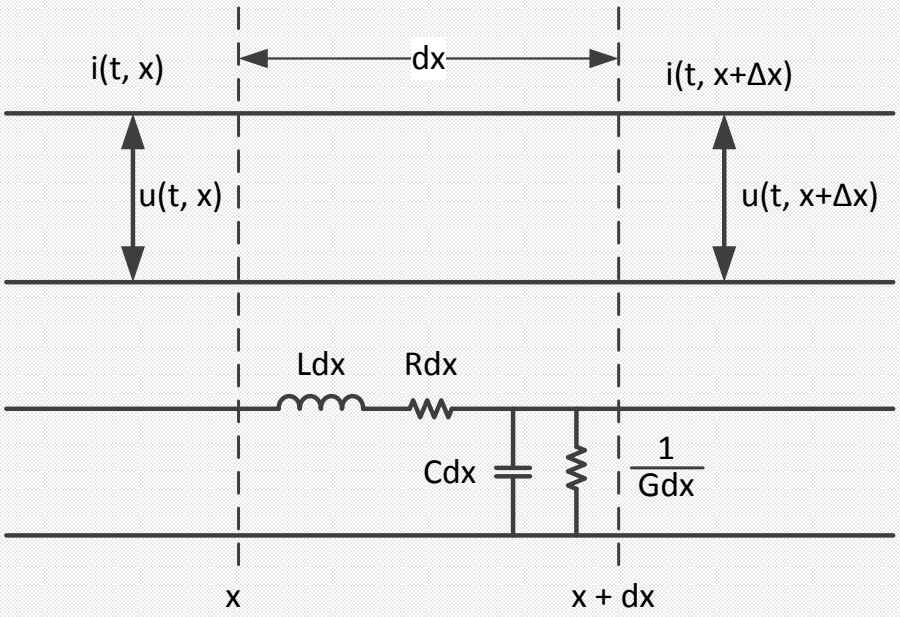


假设：**1.** 长线是均匀的- 等间距，截面形状，电磁特性都保持不变

2. 传输线起点为坐标原点：**x=0**，单位长度的分布电感**L**、分布电容**C**、分布电阻**R**，分布电导**G**

电信号沿传输线的传播规律（2）

- 根据克西霍夫定理



$$\begin{cases} u(t,x) = u(t,x+\Delta x) + L\Delta x \dfrac{\partial i(t,x)}{\partial t} + R\Delta x \bullet i(t,x) \\ i(t,x) = i(t,x+\Delta x) + C\Delta x \dfrac{\partial u(t,x+\Delta x)}{\partial t} + G\Delta x \bullet u(t,x+\Delta x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{u(t,x)-u(t,x+\Delta x)}{\Delta x} = L\dfrac{\partial i(t,x)}{\partial t} + R\bullet i(t,x) \\ \dfrac{i(t,x)-i(t,x+\Delta x)}{\Delta x} = C\dfrac{\partial u(t,x+\Delta x)}{\partial t} + G\bullet u(t,x+\Delta x) \end{cases}$$

$\Delta x \to 0$ 则有：

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial u}{\partial x} = iR + L\bullet\dfrac{\partial i}{\partial t} & \text{（1）} \\ -\dfrac{\partial i}{\partial x} = uG + C\bullet\dfrac{\partial u}{\partial t} & \text{（2）} \end{cases}$$

称为电报方程

用消元法获得只含u或i的偏微分方程：

对（1）两边 $\partial/\partial x$，对（2）两边 $\partial/\partial t$，得：

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} = L\bullet\frac{\partial^2 i}{\partial x\partial t} + R\frac{\partial i}{\partial x} \qquad -\frac{\partial^2 i}{\partial x\partial t} = C\bullet\frac{\partial^2 u}{\partial^2 t} + G\frac{\partial u}{\partial t}$$

代入（1）式消去含有i的项，得：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = LC\frac{\partial^2 u}{\partial^2 t} + (CR + LG)\frac{\partial u}{\partial t} + R \bullet G \bullet u \qquad (3)$$

同样对（1）两边 $\partial/\partial t$，对（2）两边 $\partial/\partial x$，代入消去u得：

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC\frac{\partial^2 i}{\partial^2 t} + (CR + LG)\frac{\partial i}{\partial t} + R \bullet G \bullet i \qquad (4)$$

- 下面按理想情况讨论，即导线为无损导线：**R=0，G=0**

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = LC\frac{\partial^2 u}{\partial^2 t}$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC\frac{\partial^2 i}{\partial^2 t}$$

一维波动方程，也称为双曲型方程。

解此方程要考虑初始条件和边界条件

- 下面考虑最常见的一种连接情况：

初始条件：

$$\begin{cases} u(0^-,x)=0 \\ i(0^-,x)=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \left.\dfrac{\partial u(t,x)}{\partial t}\right|_{t=0^-}=0 \\ \left.\dfrac{\partial i(t,x)}{\partial t}\right|_{t=0^-}=0 \end{cases}$$

边界条件：

$$\begin{cases} u(t,0)=u_0(t)-i(t,0)\bullet Z_S \\ u(t,l)=i(t,l)\bullet Z_H \end{cases}$$

下面用拉氏变换法求解此组偏微分方程

- 第一步：（3）（4）式对时间t取拉氏变换，记：

$$Li(t,x)=\overline{I}(S,x) \qquad Lu(t,x)=\overline{U}(S,x)$$

（3）（4）分别为：

$$\frac{\partial^2\overline{U}}{\partial x^2}=LC\bullet L\left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right]=LC\bullet\left[S^2\overline{U}(S,x)-S\bullet u(0^-,x)-u'(0^-,x)\right]$$

$$\frac{\partial^2\overline{I}}{\partial x^2}=LC\bullet L\left[\frac{\partial^2 i}{\partial t^2}\right]=LC\bullet\left[S^2\overline{I}(S,x)-S\bullet i(0^-,x)-i'(0^-,x)\right]$$

代入初始条件：

$$\frac{\partial^2\overline{U}}{\partial x^2}=LC\bullet\left[S^2\overline{U}(S,x)\right]$$

$$\frac{\partial^2\overline{I}}{\partial x^2}=LC\bullet\left[S^2\overline{I}(S,x)\right]$$

实质上已变成常微分方程了：

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d^2\overline{U}}{dx^2}=LC\bullet S^2\overline{U}(S,x) \\ \dfrac{d^2\overline{I}}{dx^2}=LC\bullet S^2\overline{I}(S,x) \end{cases}$$

- 第二步：解常微分方程。上述方程均为齐次方程，通解为：

$$\begin{cases} \overline{U}(S,x) = A_1 e^{-nx} + B_1 e^{nx} \\ \overline{I}(S,x) = A_2 e^{-nx} + B_2 e^{nx} \end{cases}$$

其中：
$$n = S\sqrt{LC}$$

- 第三步：由边界条件确定 $\overline{U}$ ，$\overline{I}$ 的系数：

（1）两边对t取拉氏变换
$$-\frac{\partial \overline{U}}{\partial x} = SL\overline{I} - Li(0^-,x) + R\overline{I} = S \bullet L \bullet \overline{I}$$

得：
$$\overline{I} = -\frac{1}{SL}\frac{\partial \overline{U}}{\partial x}$$

将通解代入：
$$\overline{I} = \frac{n}{SL}(A_1 e^{-nx} - B_1 e^{nx}) = \frac{1}{Z_C}(A_1 e^{-nx} - B_1 e^{nx})$$

式中Z_C称为特性阻抗：
$$Z_C = \frac{SL}{n} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

现在通解变为：

$$\begin{cases} \overline{U}(S,x) = A_1 e^{-nx} + B_1 e^{nx} \\ \overline{I}(S,x) = \dfrac{1}{Z_C}(A_2 e^{-nx} - B_2 e^{nx}) \end{cases}$$

将最初给定的边界条件取t的拉氏变换：

$$\overline{U}(S,0) = \overline{U_0}(S) - \overline{I}(S,0) \bullet Z_S$$

$$\overline{U}(S,l) = \overline{I}(S,l) \bullet Z_H$$

代入通解：

$$A_1 = \frac{Z_C}{Z_C + Z_S}\overline{U_0}(S) + \frac{Z_S - Z_C}{Z_S + Z_C} B_1$$

$$B_1 = \rho \bullet A_1 \bullet e^{-2nl}$$

其中反射系数：

$$\rho = \frac{Z_H - Z_C}{Z_H + Z_C}$$

- 假设传输线是始端匹配的，即 $Z_S = Z_C$

系数为：
$$A_1 = \frac{1}{2}\overline{U_0}(S)$$
$$B_1 = \rho \bullet A_1 \bullet e^{-2nl}$$

因此，$\overline{U}$ 和 $\overline{I}$ 的完整解为：
$$\overline{U}(S,x) = \frac{1}{2}\overline{U_0}(S)\left[e^{-nx} + \rho e^{-n(2l-x)}\right]$$
$$\overline{I}(S,x) = \frac{1}{2Z_C}\overline{U_0}(S)\left[e^{-nx} - \rho e^{-n(2l-x)}\right]$$

- 第四步：由拉氏反变换求解（使用延迟定理）

$$\begin{cases} u(t,x) = \frac{1}{2}U_0(t-\sqrt{LC}\bullet x) + \frac{1}{2}\rho \bullet U_0\left[t-\sqrt{LC}(2l-x)\right] \\ i(t,x) = \frac{1}{2Z_C}\{U_0(t-\sqrt{LC}\bullet x) - \rho \bullet U_0\left[t-\sqrt{LC}(2l-x)\right]\} \end{cases}$$

有限长无损耗传输线方程解的物理意义

$$u(t,x)=\frac{1}{2}\underbrace{U_0(t-\sqrt{LC}\bullet x)}_{\text{入射波}}+\frac{1}{2}\rho\bullet\underbrace{U_0\left[t-\sqrt{LC}(2l-x)\right]}_{\text{反射波}}$$

- 入射波

传输线无损耗： $U_0\left[t_2-\sqrt{LC}\bullet x_2\right]=U_0\left[t_1-\sqrt{LC}\bullet x_1\right]$

上式必须：

$$t_2-\sqrt{LC}\bullet x_2=t_1-\sqrt{LC}\bullet x_1 \quad\Rightarrow\quad \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\frac{1}{\sqrt{LC}}=v$$

V是电磁波传播速度

有限长无损耗传输线方程解的物理意义

$$u(t,x)=\frac{1}{2}\underbrace{U_0(t-\sqrt{LC}\bullet x)}_{\text{入射波}}+\frac{1}{2}\rho\bullet\underbrace{U_0\left[t-\sqrt{LC}(2l-x)\right]}_{\text{反射波}}$$

- 反射波

当 $t<\frac{l}{v}$ ： $\Rightarrow$ $\frac{l}{v}=(\frac{2l}{v}-\frac{l}{v})<(\frac{2l}{v}-\frac{x}{v})$ $\Rightarrow$ $t<(\frac{2l}{v}-\frac{x}{v})$

所以： $\left[t-\sqrt{LC}(2l-x)\right]=t-\frac{1}{v}(2l-x)<0$

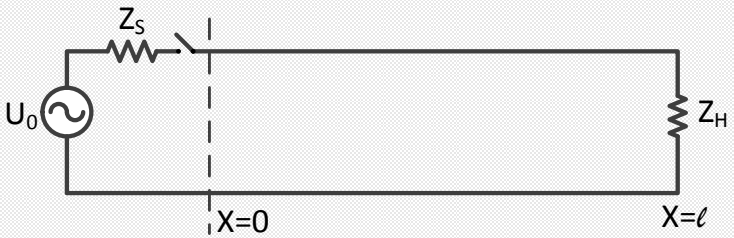
应有： $U_0\left[t-\sqrt{LC}(2l-x)\right]=0$ $\Rightarrow$ $t<\frac{l}{v}$ 此项无贡献

当 $t\geq\frac{l}{v}$ ，无损耗的传输： $U_0\left[t_2-\sqrt{LC}\bullet(2l-x_2)\right]=U_0\left[t_1-\sqrt{LC}\bullet(2l-x_1)\right]$

$\Rightarrow$ $t_2-\sqrt{LC}\bullet(2l-x_2)=t_1-\sqrt{LC}\bullet(2l-x_1)$

$\Rightarrow$ $\frac{x_1-x_2}{t_2-t_1}=\frac{1}{\sqrt{LC}}=v>0$ 若 $t_2>t_1$ 必有 $x_1>x_2$，是反射波，系数 ρ

有限长无损耗传输线方程解的物理意义



- Z_H不同时，传输线电信号的传播不同

  因为 假设了： $Z_S = Z_C$

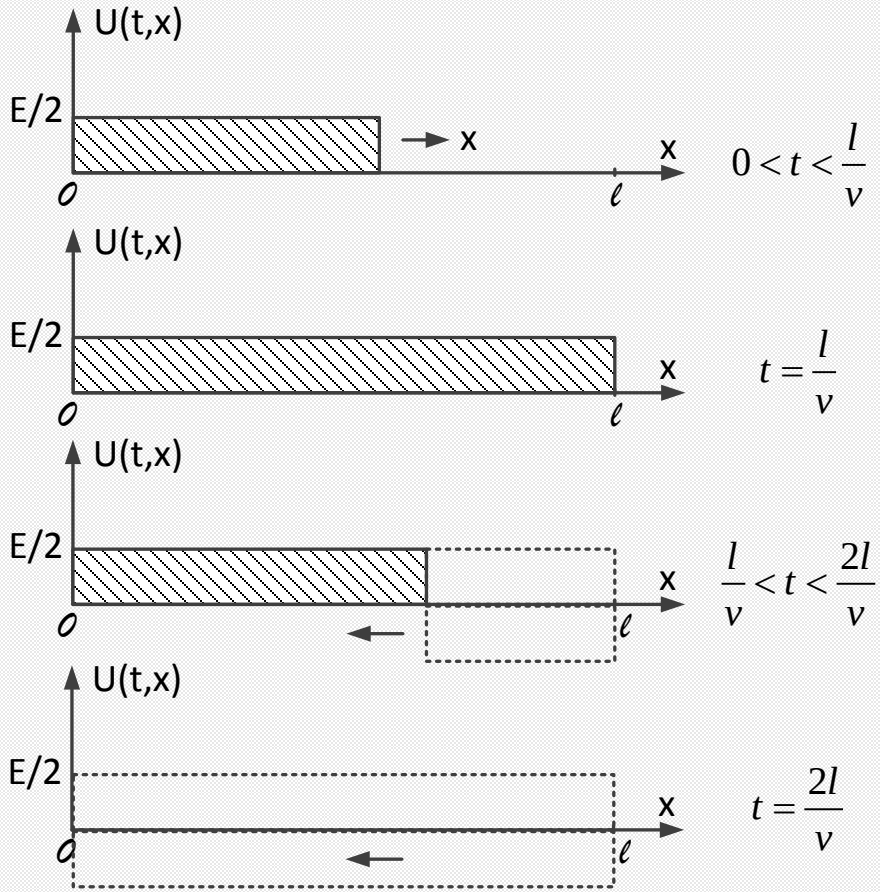
  在t=0时刻，有1/2的入射波自始端向终端传播，速度为v

- Z_H=Z_C, 即终端匹配情况，由于 $\rho = 0$，无反射波存在，信号自始端源源不断地流入负载

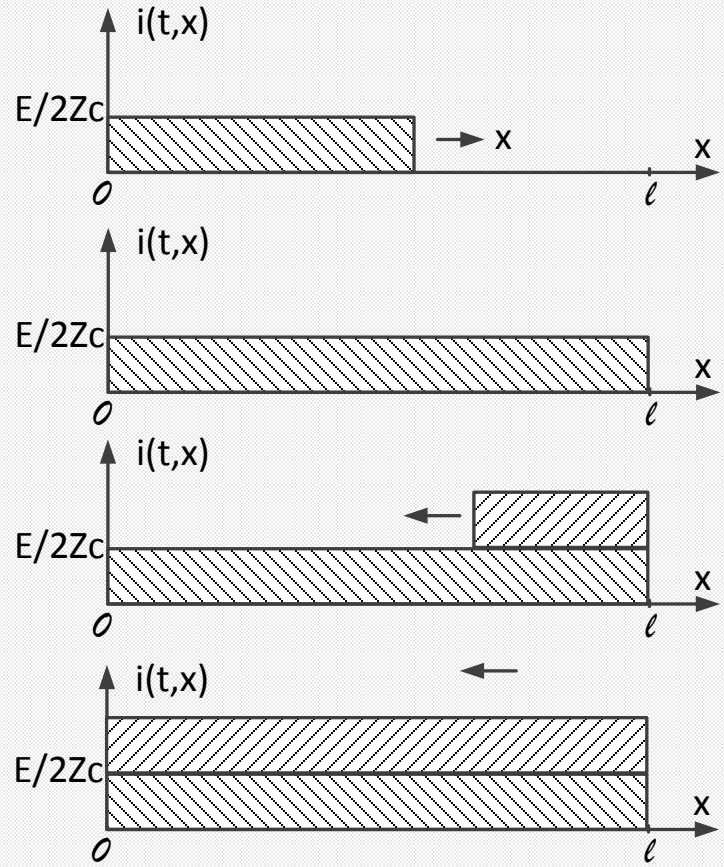
- Z_H=0, 即终端短路，由于 $\rho = -1$，电压波全部反射，且相位不变；电流波则相位相反全反射，行为不变。

- $Z_H = \infty$，即终端开路，由于 $\rho = 1$，电压波在终端全部反射，且和入射信号180度相位差，电流波全反射，行为不变。

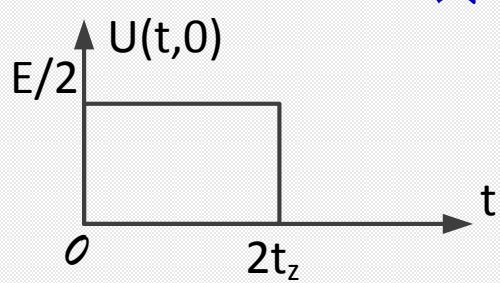
- 一般情况 $Z_H \neq Z_C$，反射系数大小和符号由两者决定，电压波和电流波的反射情况也随之不同。



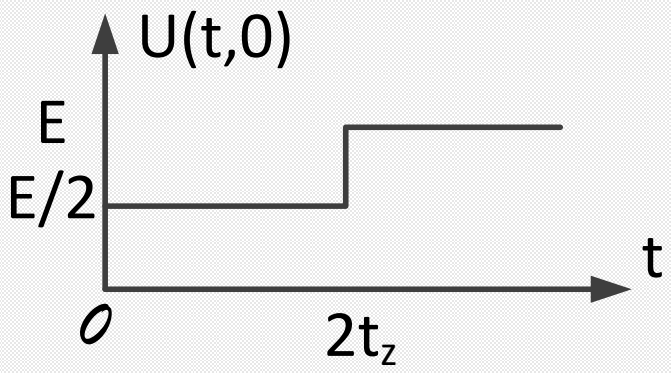
终端短路的电压波

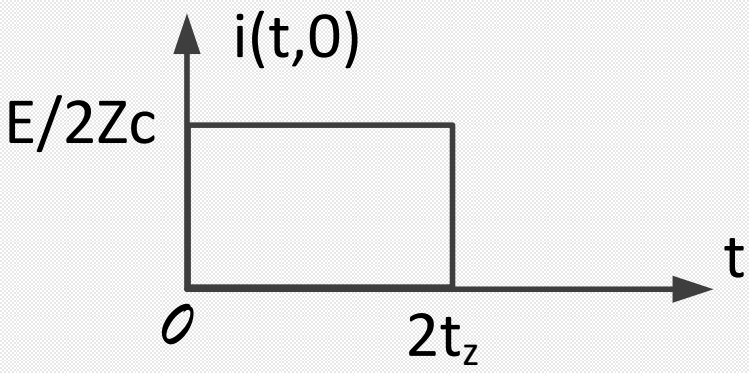


终端短路的电流波



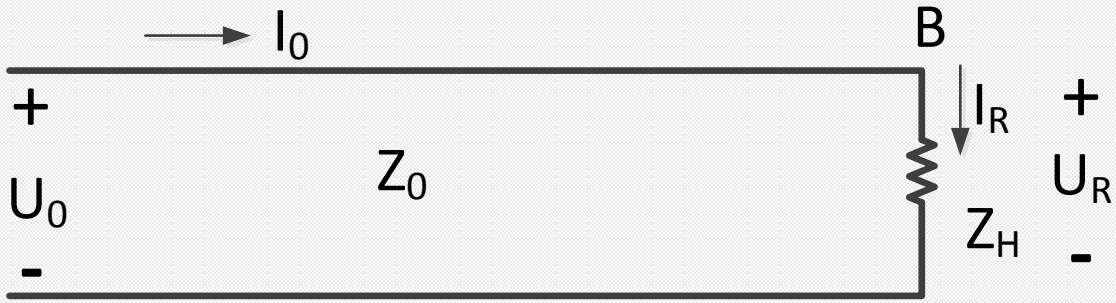
时间轴上，起始点的电压波





终端开路情况下，时间轴上，起始点的电压波形和电流波形

传输线物理解的直观获得



U_0加于传输线，Z_H为负载电阻，传输线上任何一点的电压和电流：

$$U_0 = I_0 \times Z_0$$

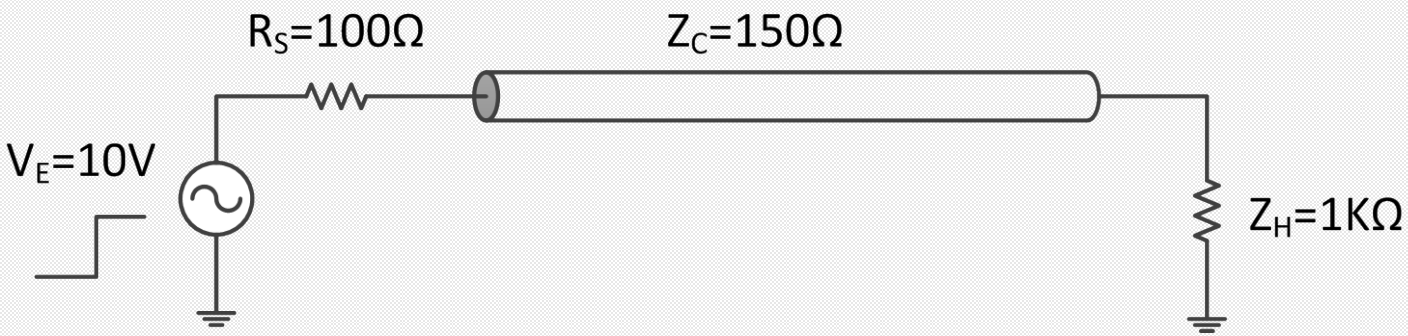
在终端B，产生反射电压U_R和电流I_R，方向如图： $U_R = -Z_0 \times I_R$

B点欧姆定律成立： $U_0 + U_R = Z_H \times (I_0 + I_R)$

解上面三式： $r_v = \dfrac{U_R}{U_0} = \dfrac{Z_H - Z_0}{Z_H + Z_0}$ $\qquad r_i = \dfrac{I_R}{I_0} = -\dfrac{Z_H - Z_0}{Z_H + Z_0}$

电压反射系数 $\qquad$ 电流反射系数

信号在传输线上的多次反射过程



$t=0^{+}$ 时刻，进入传输线的入射电压和电流幅度：

$$V_i=\frac{Z_C}{Z_C+Z_S}\times V_E=\frac{150\times 10V}{150+100}=6V \qquad I_i=\frac{1}{Z_C+Z_S}\times V_E=\frac{10V}{(150+100)\Omega}=40mA$$

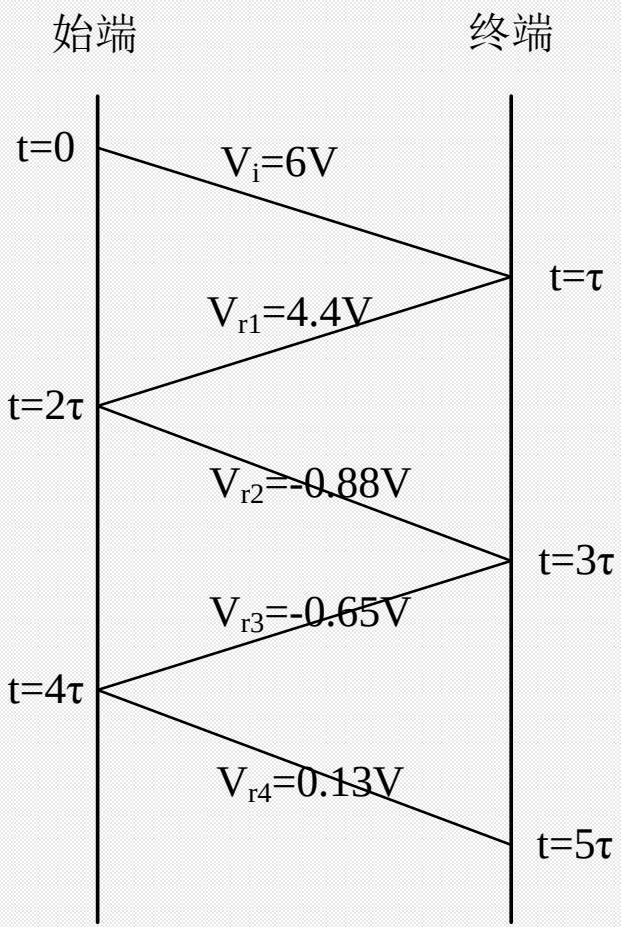
始端电压电流波反射系数：

$$K_{vstart}=\frac{Z_s-Z_C}{Z_S+Z_C}=\frac{100-150}{100+150}=-0.20 \qquad K_{istart}=0.20$$

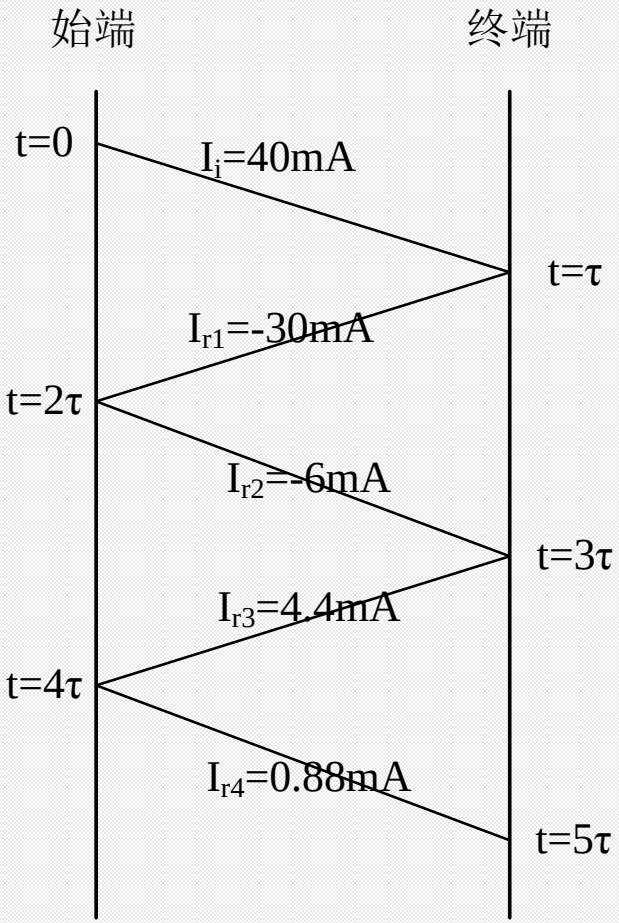
终端电压电流波反射系数：

$$K_{vend}=\frac{Z_H-Z_C}{Z_H+Z_C}=\frac{1000-150}{1000+150}=0.74 \qquad K_{iend}=-0.74$$

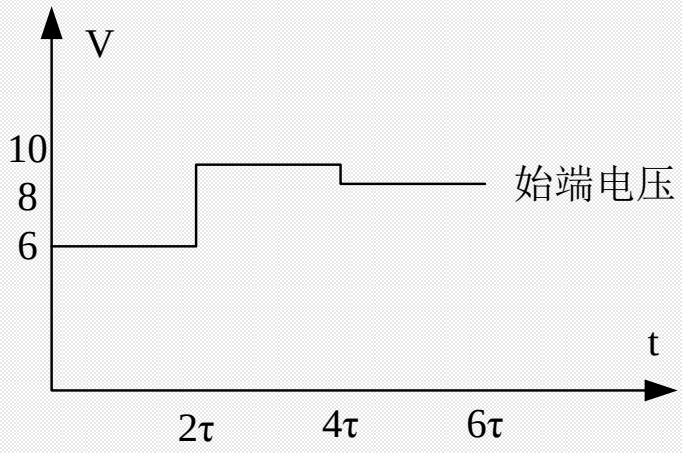
电压反射图：


始端
终端
t=0
V_i=6V
t=τ
V_{r1}=4.4V
t=2τ
V_{r2}=-0.88V
t=3τ
V_{r3}=-0.65V
t=4τ
V_{r4}=0.13V
t=5τ

电流反射图：


始端
终端
t=0
I_i=40mA
t=τ
I_{r1}=-30mA
t=2τ
I_{r2}=-6mA
t=3τ
I_{r3}=4.4mA
t=4τ
I_{r4}=0.88mA
t=5τ

时间段	始端电压	始端电流	时间段	终端电压	终端电流
$0 - 2\tau^-$	$V_i = 6V$	$I_i = 40mA$	$0 - 2\tau^-$	0	0
$2\tau^+ - 4\tau^-$	$V_i + (V_{r1}+V_{r2}) = 9.5V$	$I_i + (I_{r1}+I_{r2}) = 4mA$	$\tau^+ - 3\tau^-$	$V_i + V_{r1} = 10.4V$	$I_i + I_{r1} = 10mA$
$4\tau^+ - 6\tau^-$	$V_i + (V_{r1}+V_{r2}) +(V_{r3}+V_{r4}) = 8.9V$	$I_i + (I_{r1}+I_{r2}) +(I_{r3}+I_{r4}) = 9.3mA$	$3\tau^+ - 5\tau^-$	$(V_i + V_{r1}) +(V_{r2} + V_{r3}) = 8.9V$	$(I_i + I_{r1}) +(I_{r2} + I_{r3}) = 8.4mA$



稳态时，始端和终端电压和电流应该相等：

$$V = V_i + V_{r1} + V_{r2} + V_{r3} + V_{r4} + \ldots$$

$$= V_i + K_{vend}V_i + K_{vstart}K_{vend}V_i + K_{vstart}K_{vend}^2V_i + K_{vstart}^2K_{vend}^2V_i + \ldots$$

$$= V_i \times [(1+K_{vend}) + K_{vstart}K_{vend}(1+K_{vend}) + K_{vstart}^2K_{vend}^2(1+K_{vend}) + \ldots]$$

$$= V_i \times (1+K_{vend})[1 + K_{vstart}K_{vend} + K_{vstart}^2K_{vend}^2 + \ldots]$$

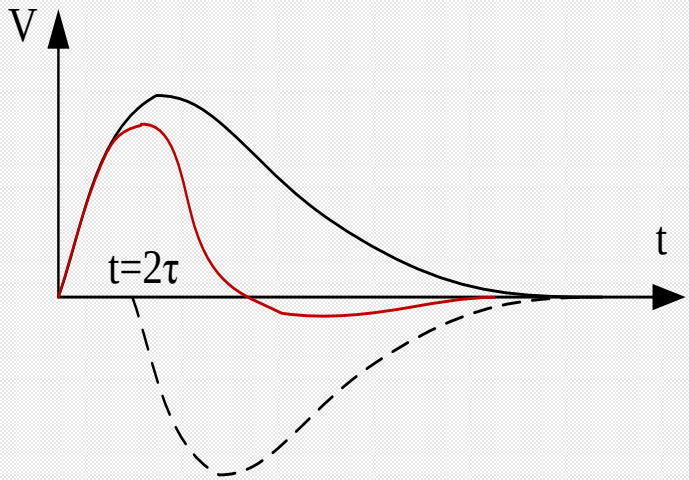
$$= V_i \times \frac{1+K_{vend}}{1-K_{vstart}K_{vend}} = 6V \times \frac{1+0.74}{1-(-0.2)\times 0.74} = 9V$$

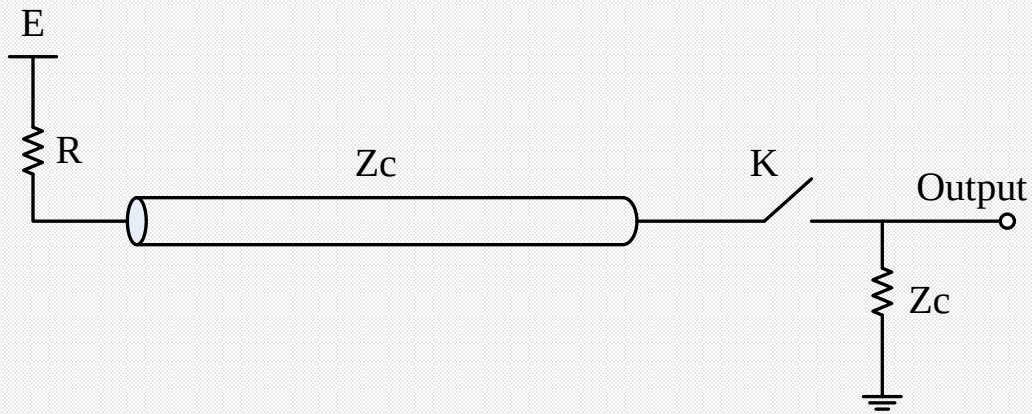
同样，电流： $I = I_i \times \dfrac{1+K_{iend}}{1-K_{istart}K_{iend}} = 40mA \times \dfrac{1-0.74}{1-(-0.74)\times 0.2} = 9mA$

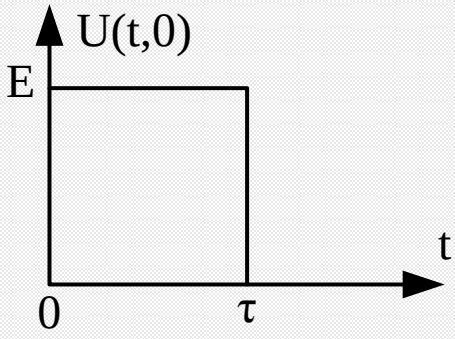
如果将长线看成短线：

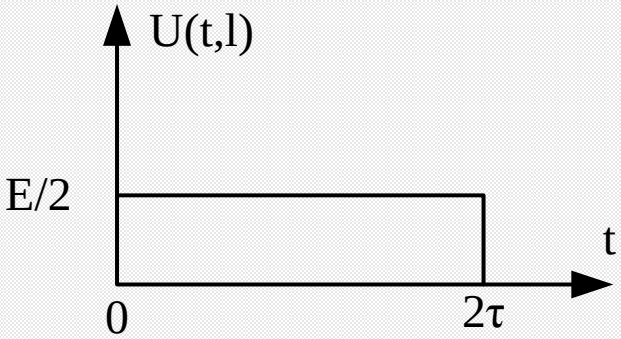
$$V = \frac{V_E \times Z_H}{Z_S + Z_H} = 10V \times \frac{1K}{0.1K + 1K} = 9V \qquad I = \frac{V_E}{Z_S + Z_H} = 9mA$$

信号反射现象的利用

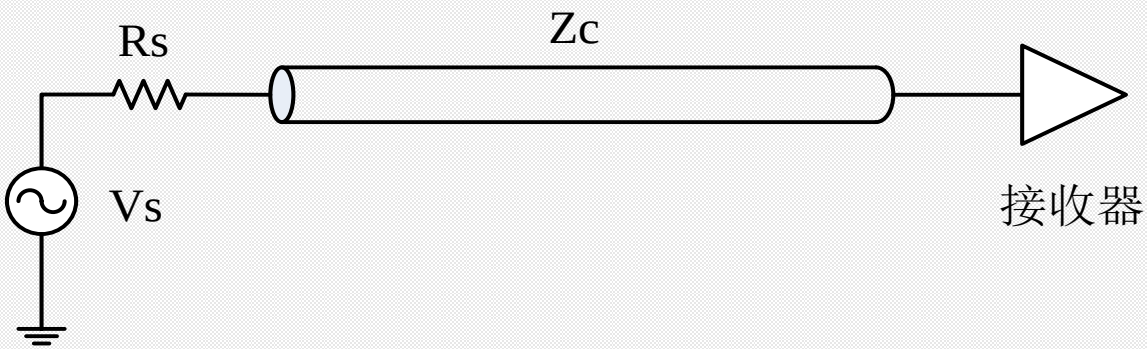




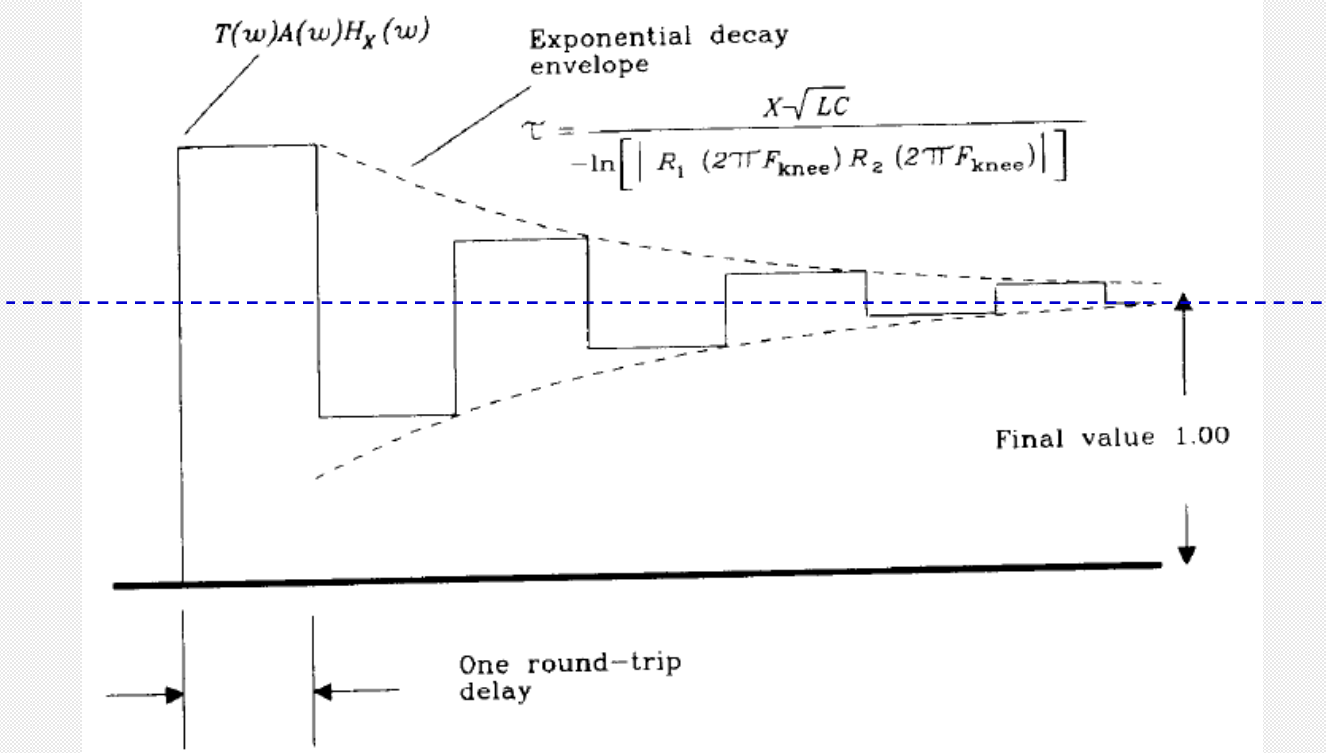




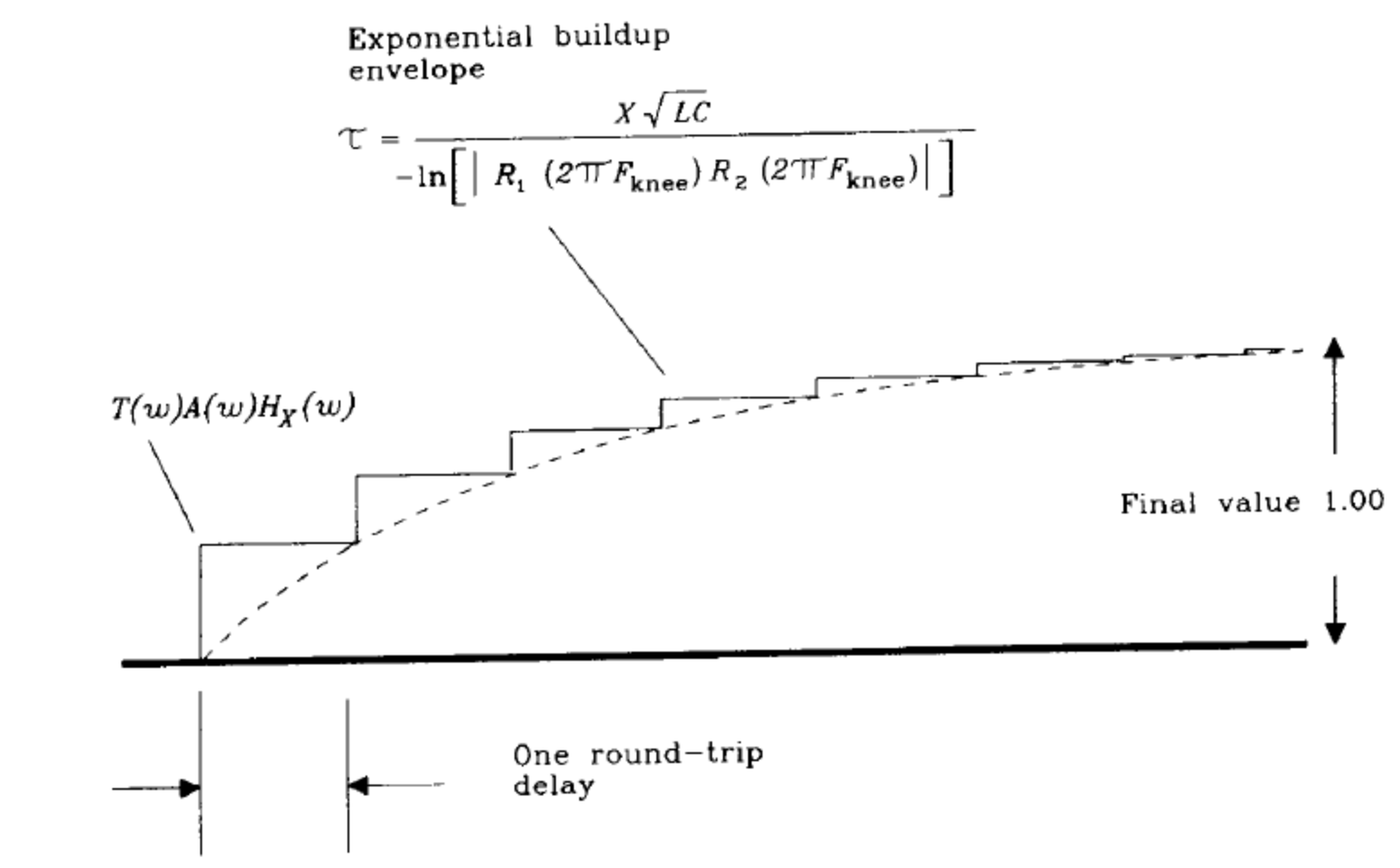
一些情形分析：末端未匹配



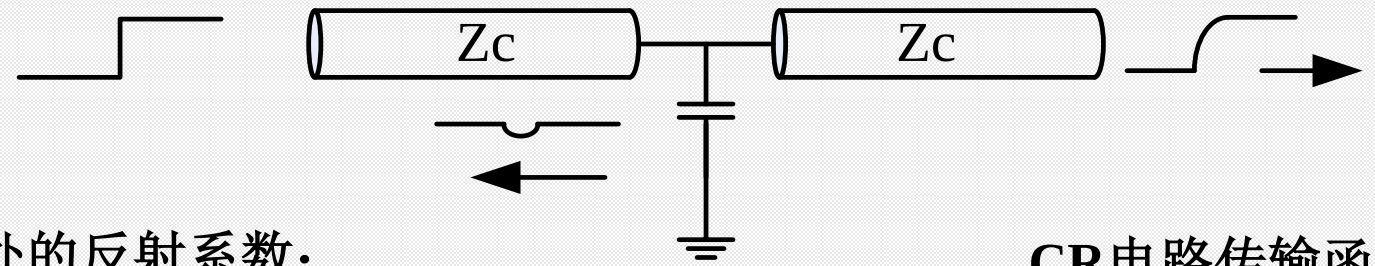
- 低内阻源端，例ECL，或高速TTL，驱动长线



■ 高内阻源端，例CMOS，驱动长线



传输线中间有电容负载

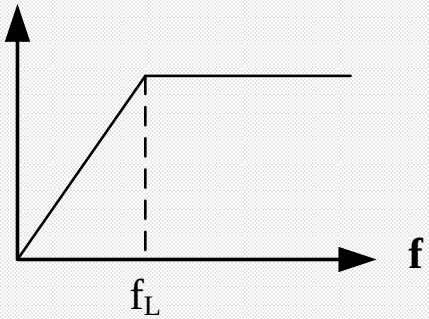


电容处的反射系数：

$$R(\omega)=\frac{\dfrac{1}{Z_C//\dfrac{1}{j\omega c}}-Z_C}{\dfrac{1}{Z_C//\dfrac{1}{j\omega c}}+Z_C}=\frac{-(j\omega c)Z_C}{2+(j\omega C)Z_C}$$

CR电路传输函数：

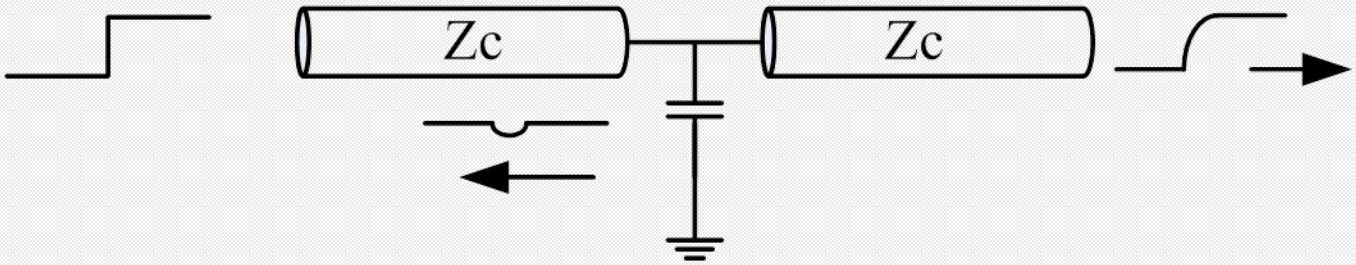
$$\Leftrightarrow \quad \frac{j\omega}{j\omega+\dfrac{1}{RC}}$$



相当于CR电路，有：

$$RC=\frac{Z_C C}{2} \quad \Rightarrow \quad f_L=\frac{1}{2\pi RC}=\frac{1}{\pi Z_C C}$$

当频率大于 f_L 时，几乎全部反射，因此不能用于传输这个频率以上的信号。当频率小于 f_L 时，反射像微分器，反射脉冲等于输入阶跃的微分，微分常数等于 $RC=\dfrac{Z_C C}{2}$



如果数字信号的**Knee**频率（**0.5/Tr**）低于 f_L ，则反射的峰幅度可估算为：

$$P = C \bullet \frac{Z_C}{2} \times \frac{-\Delta V}{T_{rise}}$$

$-\Delta V$ → 输入的电压阶跃幅度

T_{rise} → 10%-90%的输入脉冲上升时间

沿下一段传输的传输系数为：

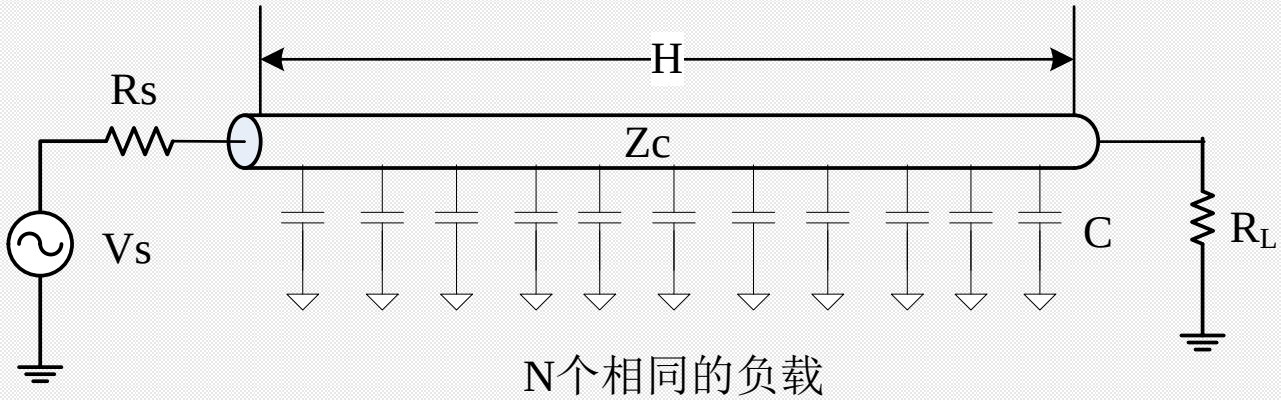
$$T_C(\omega) = [1 + R(\omega)] = \frac{1}{1 + j\omega C(Z_C/2)}$$

这是低通滤波器，时间常数为 $RC = \frac{Z_C C}{2}$ ，下传脉冲的上升时间估算：

$$T_{10-90\%} = 2.2\frac{CZ_C}{2}$$

上升时间变慢

等间隔分布的电容负载



相对于电容间隔，上升沿较长，电容负载认为是增加了传输线的分布电容：

$$C' = C_{line} + \frac{N \times C_{load}}{H} = C_0 + C_d$$

有效传输阻抗变为：

$$Z_0' = \sqrt{\frac{L}{C'}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0(1 + C_d / C_0)}} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 + C_d / C_0}}$$

→ 阻抗变小了！

同时信号传输延迟变为：

$$T_{pd}' = \sqrt{L_0(C_0 + C_d)} = \sqrt{L_0 C_0}\sqrt{(1 + C_d / C_0)} = T_{pd}\sqrt{(1 + C_d / C_0)}$$

→ 延迟增大了！

例：

每条地址线有参数：

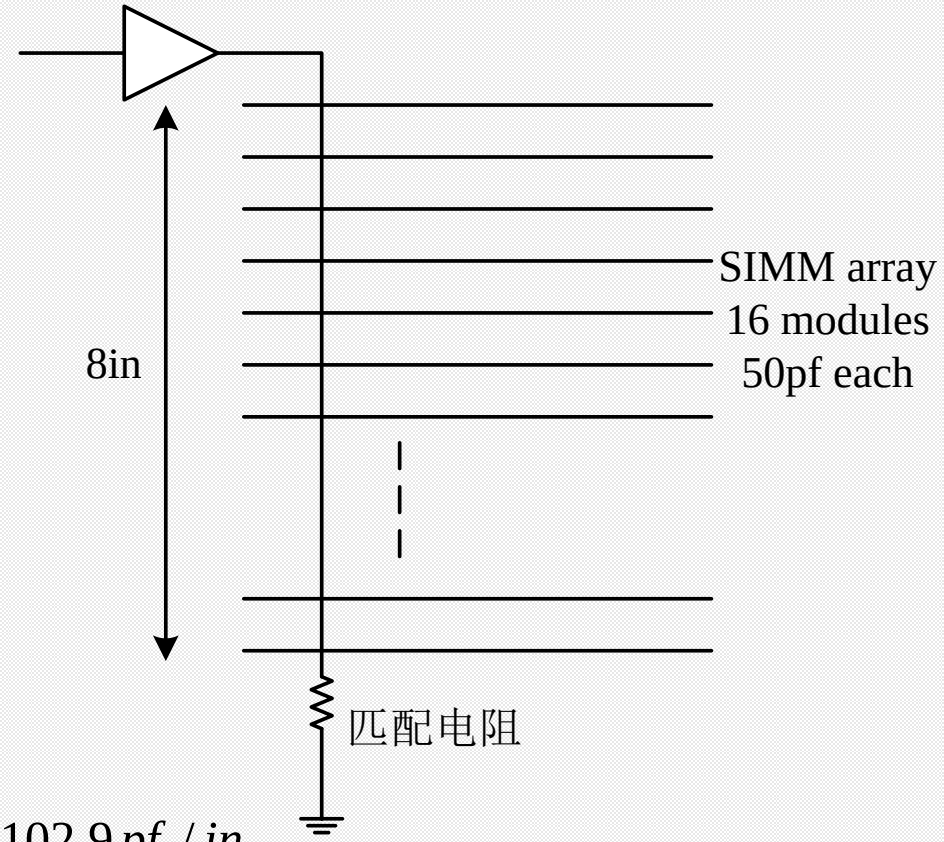
Cload = 50pf

N=16

Length=8 in

Cline = 2.9pf/in

L = 7250pH/in



有效电容： $C' = C_{line} + \frac{N \times C_{load}}{H} = 102.9\,pf\,/\,in$

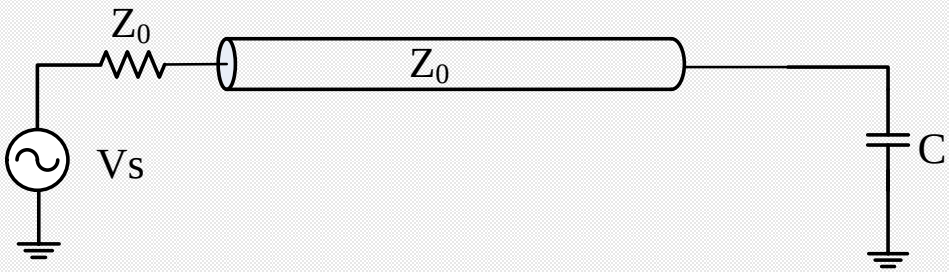
$$Z_0' = \sqrt{\frac{L}{C'}} = 8.4\Omega$$ **（无SIMM时为50Ω）**

$$T_{pd}' = \sqrt{L_0(C_0 + C_d)} = 864\,ps\,/\,in$$ **（无SIMM时为145ps/in）**

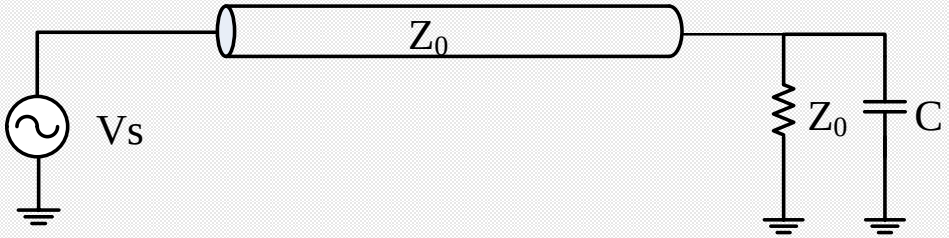
总延迟： $Delay = Delay\,/\,in \times length = 6.9ns$ **（无SIMM时为1.16ns）**

末端电容负载对信号上升时间的影响

始端匹配：



末端匹配：



两种情况都有额外的电容负载

始端匹配，输出电压为：

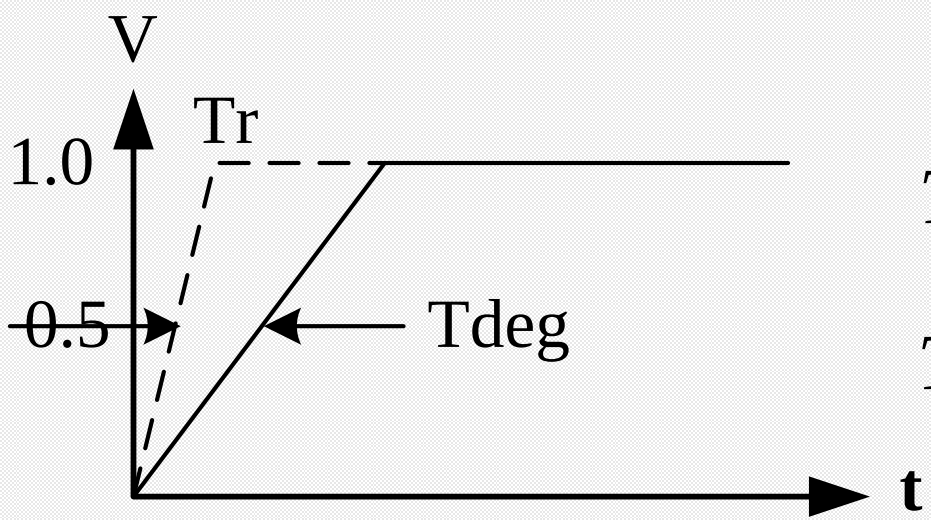
$$\frac{1}{2}V\times[1+R(\omega)]=\frac{1}{2}V\times[1+\frac{\frac{1}{j\omega C}-Z_0}{\frac{1}{j\omega C}+Z_0}]=\frac{V}{1+j\omega CZ_0}$$

末端匹配，输出电压为：

$$V\times[1+\frac{\frac{1}{j\omega C}//Z_0-Z_0}{\frac{1}{j\omega C}//Z_0+Z_0}]=\frac{V}{1+j\omega CZ_0/2}$$

末端匹配相当于电容减少了一半，因此上升时间的减少量较小

可估算，以50%为计算点，附加的上升时间量为：



$T_{\deg}=0.7Z_0C$ ⟹ 始端匹配：

$T_{\deg}=0.35Z_0C$ ⟹ 末端匹配：

匹配技术：逻辑电路中长线的划分

根据信号上升时间和该线上信号传输时间的比值确定：

$$T_r / T_{tran} > 4 \longrightarrow \text{集总参数}$$

$$4 \geq T_r / T_{tran} > 2 \longrightarrow \text{短线}$$

$$T_r / T_{tran} \leq 2 \longrightarrow \text{长线}$$

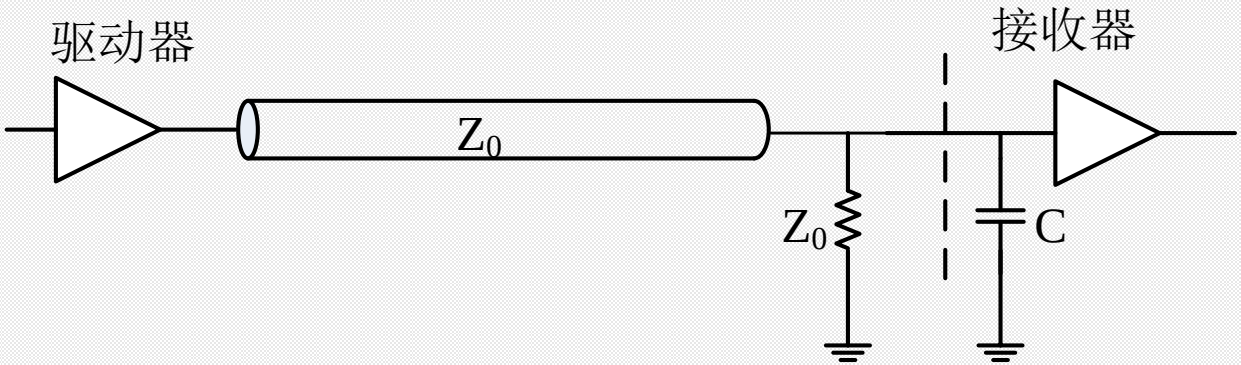
常用逻辑电路连线要作为传输线考虑的长度：

Logic Family	Tr(10-90%) ns	最大连接长度in(考虑 $T_r / T_{tran} = 4$)
ECL 100K	1	2.1
ECL10K	3.5	7.5
ECL10KH	1.8	3.9
TTL	4	9.0
FAST	2	5.5
CMOS(5V)	50	9.0ft
AS	1	2.3

匹配可以消除反射，

或者去除振铃现象

终端匹配



特点：驱动全波形一直沿电缆传到底

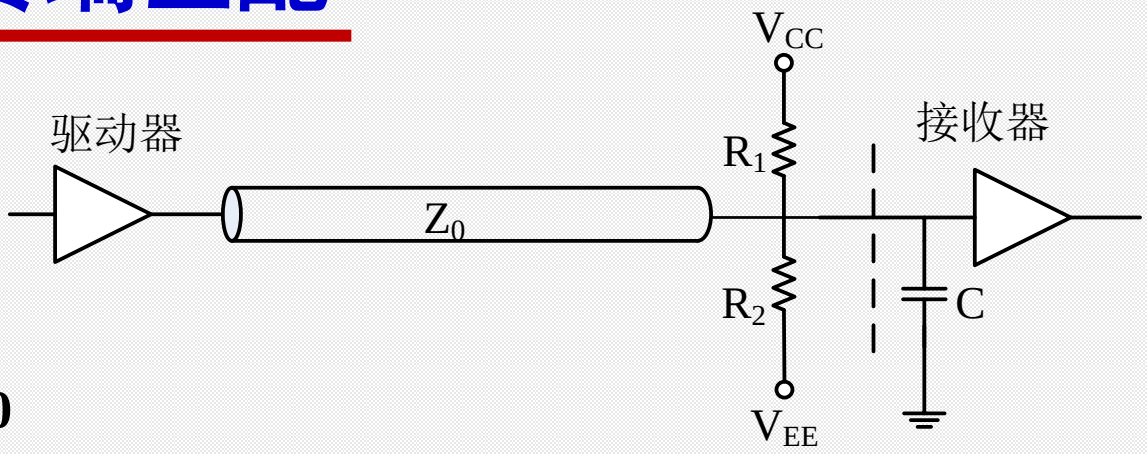
所有反射被匹配电阻阻尼掉

接受的电压等于传输的电压

负载的杂散电容影响信号的上升时间： $T_{term} = 2.2 \bullet \frac{Z_0}{2} C$

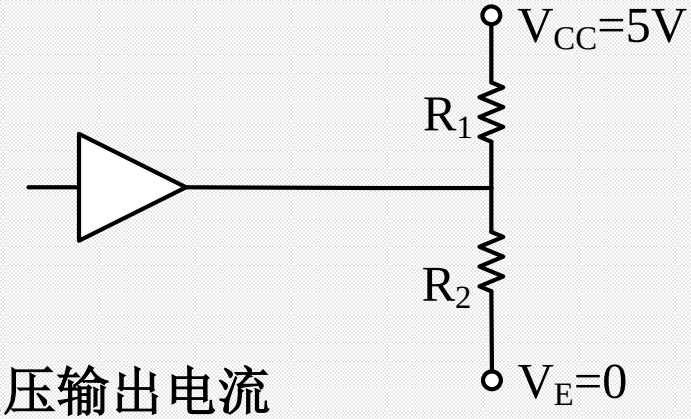
信号总上升时间： $T = \sqrt{T_{term}{}^2 + T_r{}^2}$

有DC偏置的终端匹配



理想情况：**R1//R2 = Z0**

输出端静态电压：
$$\frac{R_1V_{EE}+R_2V_{CC}}{R_1+R_2}$$

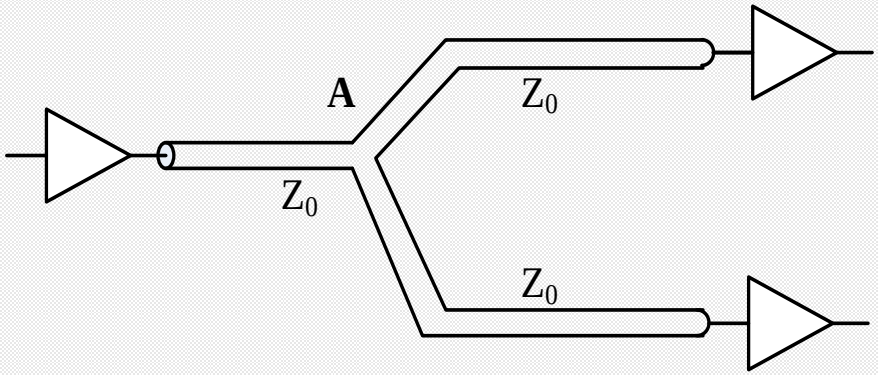


电阻选择：

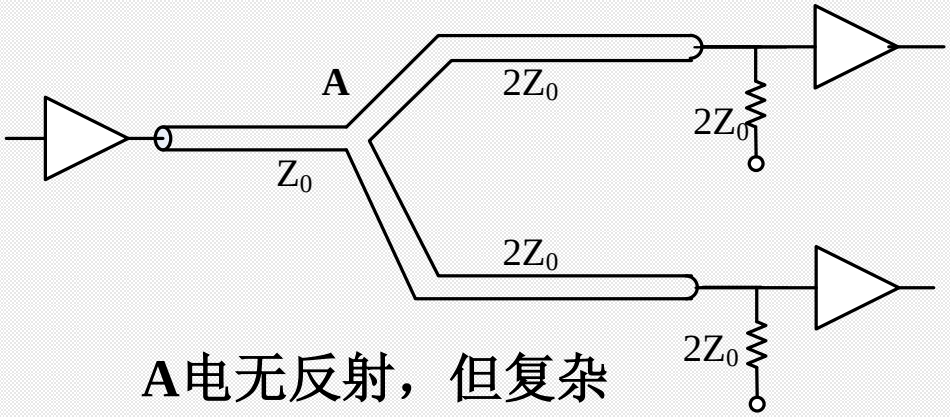
不能超过**Iohmax,** 即驱动器的最大高电压输出电流

不能超过**Iolmax,** 即最大低电压输出（或输入电流）

终端匹配的其它拓扑

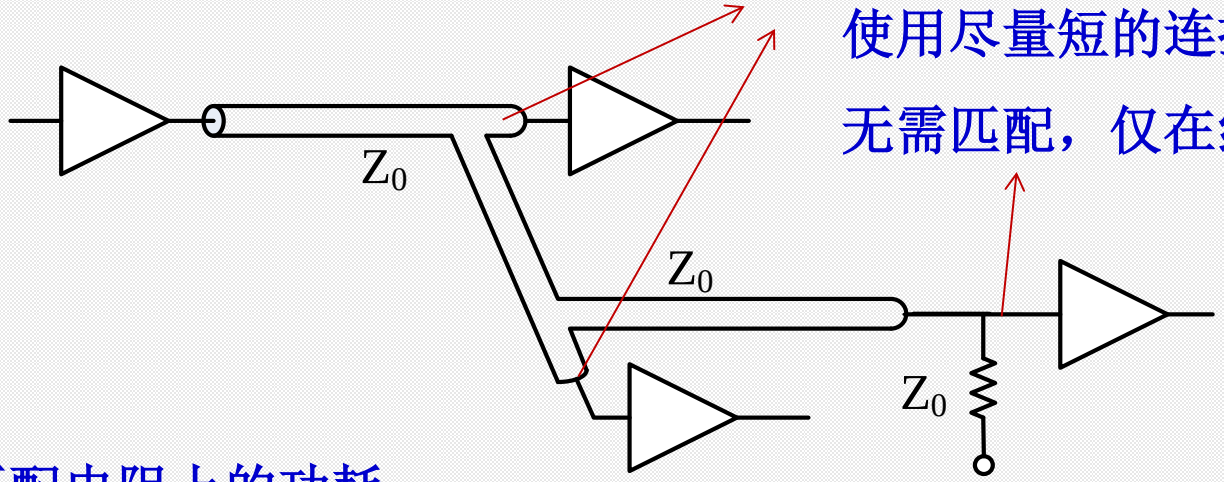


A电有反射



A电无反射，但复杂

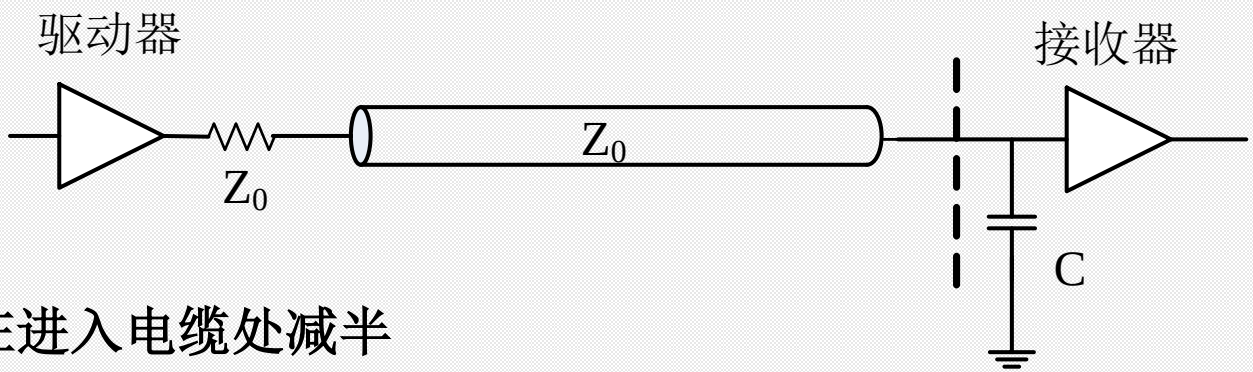
推荐使用菊花链结构连接：



使用尽量短的连接长度，中间点无需匹配，仅在终点匹配

匹配电阻上的功耗

始端匹配



特点：1. 驱动波形在进入电缆处减半

2. 驱动信号只有一半沿传输线下传

3. 在末端反射系数为+1，尔后入射+反射为全幅度

4. 反射波在到达始端后被吸收

5. 在反射到达始端后，源驱动电流变为0

源匹配的电阻值，要考虑到驱动器的输出内阻：ECL为7Ω，TTL和CMOS在输出高低状态时不同，只能折中选择

负载杂散电容对信号上升时间的影响： $T_{term} = 2.2 \bullet Z_0 C$

注意：始端匹配要两倍传输延迟时间，传输线上的信号才稳定，一驱动多负载情况，这个时间就显得长了。

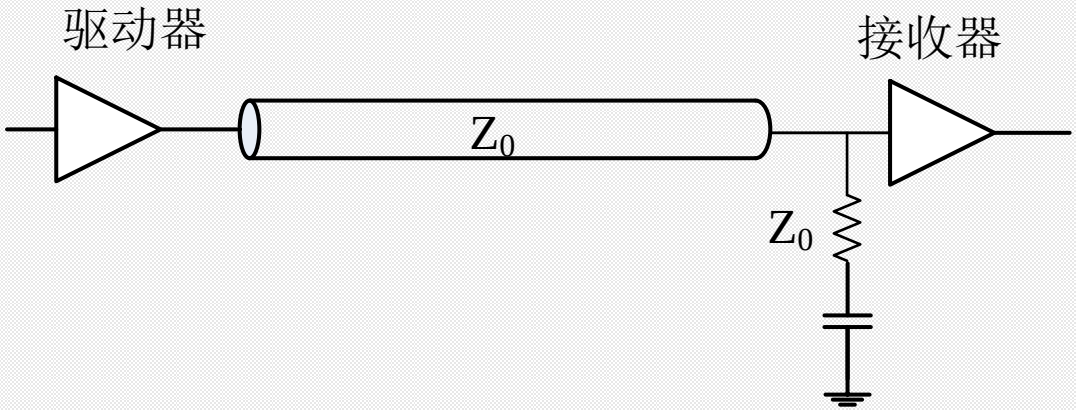
中间匹配

开始时没有注意匹配等，后来发现网络很乱，可以尝试以下方法改善信号传输：

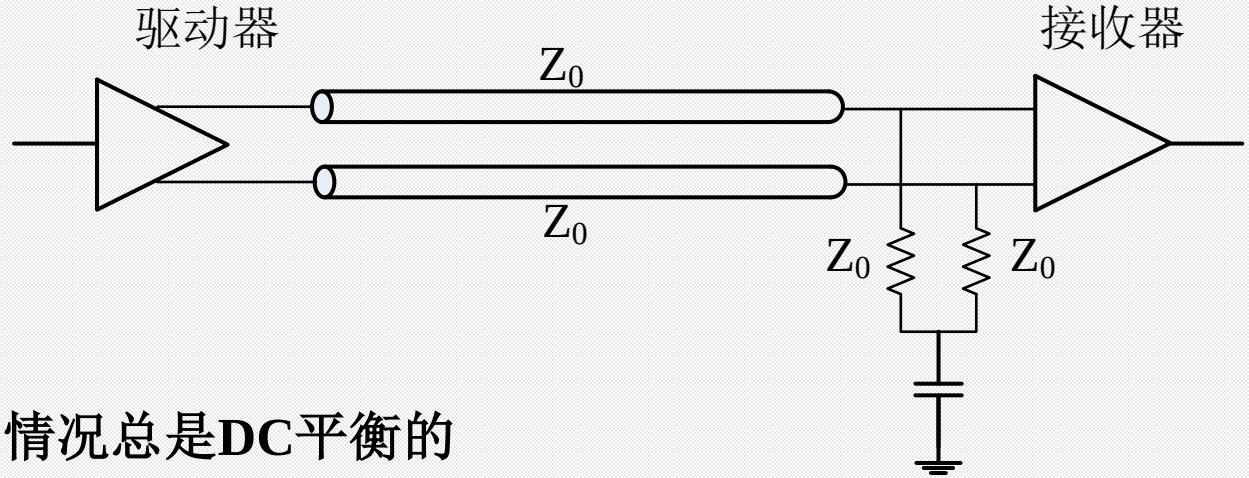
1. 每一个驱动器增加源匹配
2. 每一个接收器尝试用末端匹配
3. 在每个分叉节点处尝试增加串联小电阻

上述方法仅是以衰减信号的途径改善网络的阶跃响应。

末端匹配的交流偏置

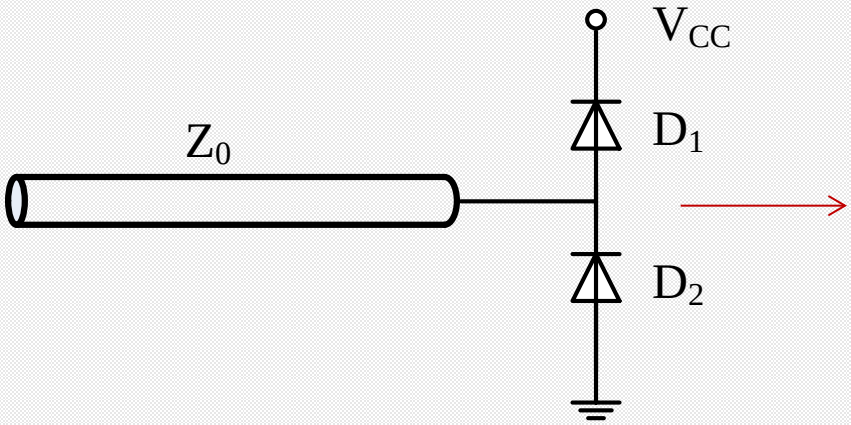


如果驱动信号是DC平衡的，上述可以减小R上的电压摆幅（1/2ΔV），电容上的稳态电压是（1/2ΔV）。但若不是DC平衡，高低电平波形将不对称。



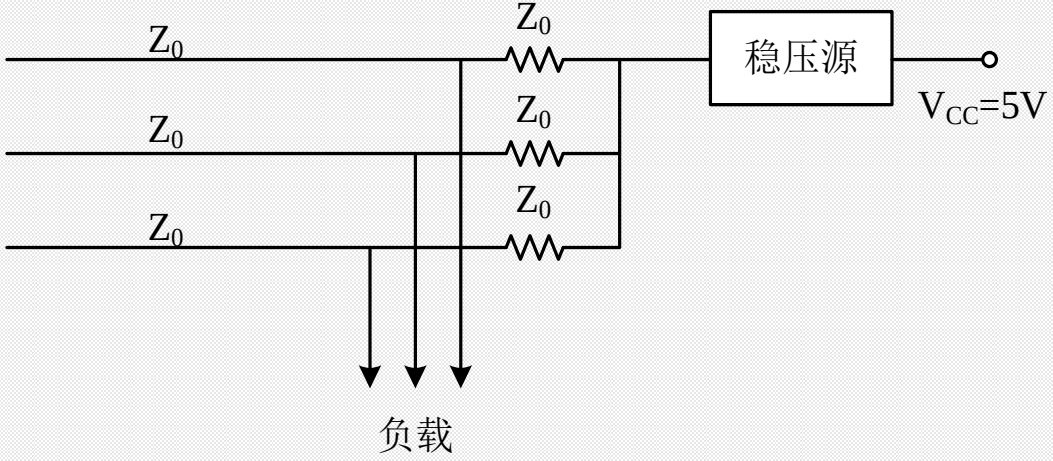
差分驱动情况总是DC平衡的

二极管钳位终端和有源匹配



电压范围：低于地0.5V-1.5V

高于电源0.5V-1.5V

特点：1. 能降低正负多余脉冲幅度，不增加直流负载。2. 有一定的响应时间，会降低系统的速度性能。

有源匹配：即使用电源吸收到所有反射。1. 稳压源的电压值设在Hi和Lo之间。2. 所有反射被稳压源吸收。3. 对总线系统而言，各状态平均平衡，稳压源的静态功耗为0. 4. 摆幅为从中间值到Hi或Lo态。